## *L'Essentiel du cours*

| | | |
|---|---|---|
| pour tout réel $x, e^x = t$ sig $\ln(t) = x$<br>pour tout réel $x$, $e^x > 0$<br>$e^a = e^b$ ssi $a = b$<br>$e^a < e^b$ ssi $a < b$<br>$e^0 = 1$ car $\ln(1) = 0$ | $e^{a+b} = e^a.e^b$<br>$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$<br>$(e^a)^n = e^{n.a}$<br>$e^{-a} = \frac{1}{e^a}$ | $(e^x)' = e^x$<br>$(e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$<br>$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$<br>$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty} x.e^x = 0$<br>$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ |

## *Exercice n :1*

1) Résoudre dans IR

a) $e^x(e^x - 1) = 0$ ; b) $(e^x - 2)(2e^x + 4) = 0$ ; c) $e^{-2x+3} = 1$

d) $\frac{2e^x + 1}{e^x - 1} = 3$ ; e) $e^{-x} = e^{\frac{x}{2}}$ ; f) $2e^{-0,5+7} = 1$ ; g) $e^{0,1x-2} = 0$

h) $e^{2x} - 4e^x = 0$ ; i) $e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$

j) $1 - e^x > 0$ ; k) $3 - 2e^{-x} \geq 0$

2) Calculer dans chacun des cas suivants les limites de $f$ aux bornes du domaine

a) $f : x \mapsto \frac{e^x}{x}$ $D = \mathbb{R}^*$ ; b) $f : x \mapsto xe^x$ $D = \mathbb{R}$

c) $f : x \mapsto \frac{e^x}{e^x + x}$ $D = [0, +\infty[$ ; d) $f : x \mapsto \frac{e^x}{1 + x}$ $D = ]-\infty,, -1[ \cup ]-1, +\infty[$

## *Exercice n :2*

On donne la fonction $f$ définie sur IR par $f(x) = 2.e^x - 2 - x.e^x$

1) Calculer les limites de $f$ en $-\infty$ et en $+\infty$

2) Dresser le tableau de variation de $f$

3) Préciser la nature des branches infinies de la courbe de $f$

4) Etudier la position de la courbe et la droite $\Delta : y = -2$

5) Construire la courbe de $f$

## *Exercice n :3*

On donne la fonction $f$ définie sur IR par $f(x) = \frac{e^{2.x}}{e^x + 1}$

1) Calculer les limites de $f$ en $-\infty$ et en $+\infty$ puis $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ ; interpréter graphiquement

2) Dresser le tableau de variation de $f$

3) Donner une équation de la tangente a la courbe de $f$ au point d'abscisse $0$

4) Construire la courbe de $f$

5) a- Montrer que $f$ réalise une bijection de IR vers un intervalle J que l'on précisera

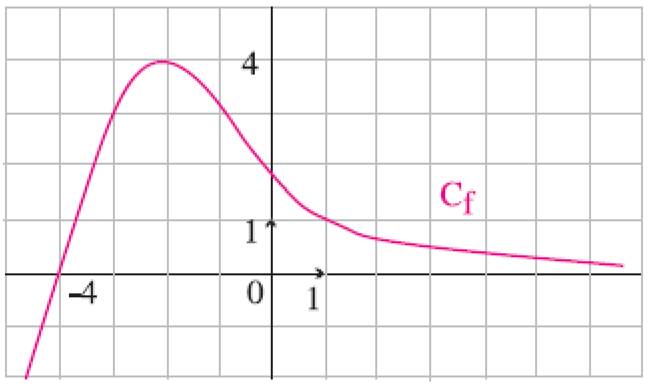
b- Construire la courbe de $f^{-1}$

c- Expliciter $f^{-1}(x)$

## *Exercice n :4*

ci-contre la représentation graphique d'une fonction $f$

et on donne la fonction g définie sur IR par $g(x)=e^{f(x)}$




*1*- par une lecture graphique déterminer

$f(-4)$ , $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

l'ensemble de solution de l'inéquation $f(x)\geq 0$

le tableau de variation de $f$

2- Déduire : $g(-4)$ , $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ , $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et le tableau de variation de $g$

Résoudre dans IR l'inéquation $g(x)\geq 1$

## *Exercice n :5*

1. Soit $g$ la fonction définie sur IR par $g(x)=(1-x)e^{x}+1$.

a) Dresser le tableau de variations de $g$.

b) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution $\alpha$ dans IR et que $\alpha \in \left]1.2,1.3\right[$

c) Déduire le signe de $g(x)$ sur IR

2. Soit $f$ la fonction définie sur IR par : $f(x)=\dfrac{x}{e^{x}+1}+2$

On désigne par $\zeta_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé

a)- Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x+2)$

b)- Interpréter graphiquement les résultats obtenues

3. a)- Vérifier que $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$

b)- Montrer que $f(\alpha)=\alpha+1$.

c)- Dresser le tableau de variations de $f$.

4. Tracer la droite D et la courbe de $f$