Lycée secondaire Mongi Slim *2019/2020*	***Fonction exponentielle et ln*** ***Série n°1***	*Prof : Ben Amar Adnene* *Classes: $4^{ème}$Eco.*

Exercice n°1:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3+(x-1)e^{-x}$. On note C la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. a. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

   b. Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ Interpréter graphiquement ce résultat.

2. Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on pourra remarquer que : $f(x)=3+\dfrac{x}{e^x}-e^{-x}$.)

Interpréter graphiquement ce résultat.

3. a. Montrer que, pour tout réel x : $f'(x)=(2-x)e^{-x}$,

   b. Dresser le tableau de variations de f.

4. a.Ecrire une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 0.

   b. Tracer la courbe C et la tangente T dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

5. Montrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x)=x\left(3-e^{-x}\right)$, est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice n°2:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2e^x - 2x - 1$; On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
2. Montrer que la droite D : $y = -2x - 1$ est une asymptote oblique à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$.
3. Dresser le tableau de variation de f puis déduire le signe de f.
4. Tracer la droite D et la courbe (C).
5. a. Déterminer la fonction primitive F de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $F(0) = 1$.

   b. Montrer que F est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice n°3:

Soit f la fonction définie $[1,+\infty[$ par $f(x) = x^2 - 7 - 2\ln x$; On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1.a. Montrer que pour tout $x\in[1, +\infty[$, $f'(x)=\dfrac{2x^2-2}{x^2}$.

   b. Dresser le tableau de variation de f.

   c. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha\in]3 ;3.1[$.

   d. En déduire le signe de f. (on prend $\alpha \approx 3$)

2. Une entreprise fabrique des articles de textiles, x désigne le nombre des articles produit par jour, avec $x\in[1, 10]$, Pour une production de x articles, le coût moyen de production d'un article en millier de dinars est : $C_m(x)=\dfrac{x^2+9+2\ln x}{x}$.

   a. Montrer que, pour tout $x\in[1, 10]$, $C'_m(x)=\dfrac{f(x)}{x^2}$.

   b. Etudier les variations de la fonction C_m sur [1, 10].

   c. Quel est le nombre d'article produit pour que le coût moyen soit minimal ?