▹ Fonctions Exponentielles ◃

⊗ Définition :

- La fonction Exponentielle est la bijection réciproque de la fonction Logarithme Népérien qu'on note : $x \mapsto exp\,(x)$ ou $x \mapsto e^{x}$

Conséquences :

- la fonction exponentielle est **définie** sur **IR** .
- Pour tout x $\in$ IR et y $\in$ IR$^{*}_{+}$ on a : $[\, y = e^{x} \,] \Leftrightarrow [\, x = Ln\ y \,]$

d'ou : $\begin{cases} e^{Ln\,y} = y & \text{pour tout } y \in \mathbf{IR}^{*}_{+}. \\ Ln\ e^{x} = x & \text{pour tout } x \in \text{IR}. \\ e^{0} = 1 \quad \text{et} \quad e^{1} = e\,. \end{cases}$

- $e^{x} > 0$ pour tout x $\in$ IR.
- La fonction exponentielle est strictement croissante sur IR.
- Pour tous réels a et b on a :

$$\boxed{\begin{array}{l} e^{a} = e^{b} \Leftrightarrow a = b \\ e^{a} \geq e^{b} \Leftrightarrow a \geq b \end{array}}$$

- La courbe de la fonction exponentielle est la symétrique de celle de la fonction Logarithme Népérien par rapport à la droite : $y = x$.

⊗ Limites :

- $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{x} = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{x}}{x} = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{mx}}{x^{n}} = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{x} = 0$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} x\,e^{x} = 0$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} x^{n}.e^{mx} = 0$
- $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x} - 1}{x} = 1$.

⊗ Sens de variation :

La fonction exponentielle est dérivable sur IR et sa fonction dérivée est lui-même.

On a donc : $(\,e^{x}\,)' = e^{x}$ et le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
$(e^{x})'$	+	
e^{x}	0 ↗	$+\infty$

⊗ Propriétés :

Pour tout réels a et b on a :

- $e^{a+b} = e^{a}\,e^{b}$
- $e^{a-b} = \dfrac{e^{a}}{e^{b}}$
- $e^{-a} = \dfrac{1}{e^{a}}$
- $(\,e^{x})^{r} = e^{rx}$ pour tout r $\in$ Q

⊗ Dérivées et primitives :

- Si la fonction u est dérivable sur un intervalle I de IR alors :

  la fonction x $\mapsto$ exp o u (x) est dérivable sur I et on a : $(e^{u(x)})' = u'(x).e^{u(x)}$. $((e^{ax})' = ae^{ax})$

- Si f (x) = $u'(x)\,.e^{u(x)}$ alors les primitives de f sont les fonctions F définies sur I par :

  F (x) = $e^{u(x)} + k$. avec k $\in$ IR ; (Une primitive de (e^{ax}) est $\frac{1}{a}e^{ax}$)