LYCEE IBN KHALDOUN		***BAC BLANC***	4^{eme} Technique 1
LA SKHIRA	2018/2017	MATHS	prof SAEMONGI

EXERCICE 1 (4 points)

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2z + 2 = 0$
2)Le plan complexe étant rapportée a un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$
On considère les points A et B d'affixes respectifs $z_A = 1 + i$ *et* $z_A = 1 - i$.
a)Placer les points A et B
b) Déterminer la nature exacte du triangle OAB
c)Donner les formes exponentielles de z_A *et* z_B
d) Donner l'écriture cartésienne de $(z_A)^{4000}$
3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2z + 1 - e^{i2\theta} = 0$, $\theta \epsilon]0, \pi[$.
4) On considère les points M et N d'affixes respectifs

$$z_M = 1 + e^{i\theta} \quad et \quad z_N = 1 - e^{i\theta}$$

i) Montrer que le triangle OMN est rectangle $\theta \epsilon]0, \pi[$
ii) Pour quelle valeur de θ le triangle OMN est isocèle.

EXERCICE 2 (5 points)

A- *X est la variable aléatoire de la loi continue et uniforme sur [0 ; 1].*
Donner la probabilité des événements suivants :

a. $p(0{,}4 < X < 0{,}6)$ *b.* $p\left(\frac{1}{3} < X < \frac{1}{2}\right)$

B- *La durée d'attente à une caisse de supermarché est assimilée à une loi exponentielle. La variable aléatoire égale au délai d'attente suit une loi exponentielle de paramètre λ =0.04.*

1°- *Quelle est la probabilité qu'un client attende moins de cinq minutes ?*
2°- *Quelle est la probabilité qu'il attende plus de 15 minutes ?*

C- *Un fournisseur livre deux catégories de câbles C1 et C2.*
Dans chaque livraison figurent 20% de câbles C1 et 80% de câbles C2.
On prélève, au hasard, 4 câbles dans une livraison de 50 câbles.

1) Préciser la probabilité de l'événement E "les 4 câbles sont du type C1"
2) Préciser la probabilité de l'événement F "1 câble est du type C1 et 3 câbles sont du type C2"
3) Préciser la probabilité de l'événement G "au moins un câble est du type C1"

EXERCICE 3 (6 points)

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = \frac{4e^x}{e^x+7}$.
On désigne par C la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. Vérifier que pour tout réel x on a $f(x) = \frac{4}{1+7e^{-x}}$.

2. a. Démontrer que la courbe C admet deux asymptotes dont on précisera des équations.
b. Démontrer que la fonction f est strictement croissante sur IR.
c. Démontrer que pour tout réel x, $0 < f(x) < 4$.

3. a. Démontrer que le point I(ln7, 2) est un centre de symétrie de la courbe C.
b. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe C au point I.
c. Démontrer que le point A$(0, \frac{1}{2})$ appartient à la courbe C.
d. Tracer la droite (T).

4. a. Déterminer une primitive de la fonction f sur IR.
b. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle [0 ; ln7].

EXERCICE 4 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. Les points A, B et C ont pour coordonnées respectives :

A(1 ; -2 ; 4) , B(−2 ; -6 ; 5) et C(−4 ; 0 ; -3).

1. a. Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
b. Démontrer que le vecteur $\vec{n}$ (1 ; -1 ; -1) est un vecteur normal au plan (ABC).
c. Déterminer une équation du plan (ABC).

2. a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite passant par le point O et orthogonale au plan (ABC).
b. Déterminer les coordonnées du point O' projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC).

3. On désigne par H le projeté orthogonal du point O sur la droite (BC).
Soit t le réel tel que $\overrightarrow{BH} = t\,\overrightarrow{BC}$.

a. Démontrer que $t = \frac{\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{BC}\|^2}$

b. En déduire le réel t et les coordonnées du point H.