Lycée Mongi Slim SFAX 20119/2020	SERIE N°1 SUITES REELLES	Mr : Ben Amar Adnene Classes : 4 Eco.

Exercice n°1 :

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \dfrac{4U_n - 4}{U_n} \end{cases}$; pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer U_1 et U_2.

2. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a : $U_n \geq 2$.

3. a. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $U_{n+1} - U_n = -\dfrac{(2-U_n)^2}{U_n}$

   b. En déduire que la suite U est décroissante.

   c. Déduire que la suite U est convergente.

4. Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \dfrac{1}{U_n - 2}$.

   a. Montrer que la suite V_n est une suite arithmétique de raison $r = \dfrac{1}{2}$.

   b. Calculer V_n en fonction de n et en déduire que pour tout entier naturel n, on a :

$$U_n = \frac{2}{2+n} + 2$$

   c. Calculer, alors, la limite de U_n.

Exercice n°2:

Soit la suite (Un) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{3U_n - 1}{2U_n} \end{cases}$

1. Calculer U_1 et U_2.

2. a. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $U_n \geq 1$.

   b. Montrer que (U_n) est une suite décroissante.

   c. En déduire que la suite (U_n) est convergente.

3. Soit (V_n) la suite définie sur IN par $V_n = \dfrac{2U_n - 2}{2U_n - 1}$.

   a. Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.

   b. Exprimer V_n en fonction de n. En déduire l'expression de U_n en fonction de n.

   c. Calculer la limite de la suite (u_n).

adnenemath@gmail.com